

UM ESTUDO DA RELAÇÃO ENTRE TRAÇO LATENTE E VARIÁVEIS CONTEXTUAIS NO SAEB E ENEM

A STUDY RELATING LATENT TRAITS TO CONTEXTUAL VARIABLES FOR THE
SAEB AND ENEM EXAMS

UN ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE TRAZO LATENTE Y VARIABLES
CONTEXTUALES EN LOS EXAMENES SAEB Y ENEM

Flávio Bambirra Gonçalves

Bárbara da Costa Campos Dias

RESUMO

Este artigo tem como objetivo aplicar uma metodologia proposta recentemente para estudar a relação entre o traço latente (proficiência) e as variáveis presentes em questionários contextuais em avaliações educacionais de larga escala no Brasil. A metodologia considerada utiliza a Teoria de Resposta ao Item para modelar as respostas dadas aos testes e modela os traços latentes hierarquicamente por meio de um modelo de regressão linear com covariáveis advindas dos questionários. Os dados faltantes nos questionários contextuais são tratados estatisticamente através de sua inclusão no modelo considerado. Uma abordagem bayesiana é considerada, o que permite, além de estimar as proficiências e os parâmetros dos itens, a estimação das respostas faltantes. Além disto, a abordagem conjunta considerada permite a quantificação de toda a incerteza de maneira eficiente. São apresentadas análises utilizando-se os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Os resultados evidenciam tanto a relação entre traço latente e as variáveis contextuais quanto a existência de padrões de não resposta nos questionários.

Palavras-chave: Teoria de Resposta ao Item; inferência Bayesiana; modelos de regressão; dados faltantes.

ABSTRACT

This paper considers a recently proposed methodology to analyse the relation between latent traits and covariates from contextual questionnaires in large scale educational assessment exams in Brazil. The methodology uses Item Response theory to model the answers given in a test and hierarchically models the latent traits in a regression model with covariates from the questionnaires. Missing data from those questionnaires are included in the statistical model considered and the Bayesian approach adopted allows the estimation of the missing data. Furthermore, the simultaneous approach of the methodology efficiently quantifies all the uncertainty involved in the analysis. Data sets from the main two large scale exams in Brazil are considered – Saeb and Enem. Results indicate considerable relation between latent traits and covariates and not at random missing data patterns.

Keywords: Item Response Theory; Bayesian inference; regression models; missing data.

RESUMEN

Este artículo considera una metodología recientemente propuesta para analizar la relación entre los trazos latentes y las covariables de los cuestionarios contextuales en los exámenes de evaluación educacional a gran escala en Brasil. La metodología utiliza Item Response Theory para modelar las respuestas dadas en una prueba y modela jerárquicamente los trazos latentes en un modelo de regresión con covariables de los cuestionarios. Los datos faltantes de esos cuestionarios se incluyen en el modelo estadístico considerado y el enfoque Bayesiano adoptado permite, entre otras cosas, estimar los datos faltantes. Además, el enfoque simultáneo de la metodología cuantifica de manera eficiente toda la incertidumbre involucrada en el análisis. Se consideran conjuntos de datos de los dos principales exámenes a gran escala en Brasil: Saeb y Enem. Se encuentran resultados interesantes considerando la relación entre los rasgos latentes con las covariables y los patrones de datos faltantes.

Palavras clave: Teoría de Respuesta al Item; inferencia Bayesiana; modelos de regresión; datos faltantes.

Introdução

As avaliações educacionais são um dos principais instrumentos para se coletar informações sobre o desempenho e os resultados do sistema educacional, como, por exemplo, os fatores que afetam o processo de aprendizagem, a qualidade das escolas e os outros diversos fatores que podem descrever e auxiliar no desenvolvimento de políticas que visam a melhoria do processo de aprendizagem.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), organizados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), são as principais avaliações em larga escala do Brasil. O Saeb aplica testes que avaliam o desempenho escolar nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática e esses testes são aplicados a alunos matriculados no 5º ano e 9º ano do ensino fundamental e na 3ª série do ensino médio. O Enem é uma prova elaborada para verificar o domínio de competências e habilidades dos estudantes que estão concluindo ou que já concluíram o ensino médio, e o seu resultado utilizado para o ingresso em diversas universidades no país.

No contexto de avaliações educacionais, os questionários contextuais são uma importante ferramenta para se analisar os fatores que podem influenciar no processo de aprendizagem dos alunos. Um dos principais objetivos é investigar possíveis fatores relacionados às proficiências acadêmicas, sendo o questionário uma rica fonte de informação sobre esses fatores, por exemplo, permitindo traçar um perfil socioeconômico e cultural dos estudantes. De acordo com Franco et al. (2003), os questionários contextuais desempenham o papel de oferecer fatores explicativos para a modelagem das proficiências dos alunos, medidas pelos instrumentos cognitivos. Segundo Laros e Marciano (2008), a identificação de variáveis que influenciam a proficiência em Língua Portuguesa é essencial para a elaboração de métodos que visam melhorar o desempenho acadêmico dos alunos.

Esses questionários são aplicados conjuntamente com a avaliação e coletam informações referentes aos aspectos da vida escolar, do nível socioeconômico, da classe social, cultural etc. Por exemplo, pesquisadores acreditam existir uma forte relação entre desempenho escolar e classe social, indicando que desigualdades nos resultados escolares

têm origem na família e no contexto social das escolas (COLEMAN, 1966; JENCKS, 1972).

Uma característica recorrente na aplicação dos questionários, porém, é a presença de dados faltantes, ou seja, nem todas as perguntas são respondidas por todos os alunos. Além disso, esses dados faltantes aparecem, tipicamente, sem padrão de não resposta. Esta questão é ainda mais relevante em um contexto, no qual se pretende utilizar as informações contidas nas respostas dos questionários para se identificar possíveis fatores que influenciem no rendimento dos alunos. Por isso, é indispensável um tratamento estatístico adequado dos dados faltantes para se obter resultados confiáveis na análise.

Recentemente, Gonçalves e Dias (2018) propuseram uma metodologia estatística eficiente para analisar dados provenientes de avaliações educacionais, utilizando as informações dos questionários contextuais para identificar possíveis fatores relacionados ao desempenho dos alunos. Além disso, a metodologia proposta considera a possibilidade de se ter respostas faltantes nos questionários de forma que toda a informação disponível é utilizada, o que possibilita a estimação das respostas não observadas.

O objetivo do presente artigo é analisar dados de avaliações em larga escala no Brasil utilizando-se a metodologia proposta por Gonçalves e Dias (2018). Desta forma, dados provenientes dos questionários contextuais são utilizados para se investigar possíveis fatores relacionados ao desempenho dos alunos, mais especificamente, são considerados conjuntos de dados referentes ao Saeb e ao Enem. No caso do Saeb, consideram-se as provas de Português e Matemática aplicadas: *i*) ao 5º ano do ensino fundamental em 2015 nos estados de Minas Gerais e Bahia; *ii*) à 3ª série do ensino médio em 2015 nas regiões Sudeste e Nordeste. Para o Enem, consideram-se, também, as provas de Português e de Matemática do ano de 2015 nas regiões Sudeste e Nordeste.

Método

A metodologia proposta por Gonçalves e Dias (2018) é descrita de forma concisa nesta seção. Maiores detalhes podem ser encontrados na referência original. Os autores propõem um modelo estatístico da Teoria de Resposta ao Item (TRI), que modela as respostas dadas a um teste em função das características dos itens e da proficiência (habilidade, traço latente) dos alunos e considera as respostas dadas pelos alunos ao questionário contextual para identificar possíveis fatores relacionados aos seus respectivos rendimentos. Além disso, possíveis respostas faltantes nos questionários são adequadamente modeladas de forma a não prejudicar a análise.

Modelo

Seja Y_{ij} a variável indicadora de resposta correta do indivíduo j ao item i para $i = 1, \dots, I$ e $j = 1, \dots, J$, a probabilidade de esta resposta estar correta é modelada pelo clássico modelo probito de três parâmetros (3PNO):

$$P(Y_{ij} = 1 \mid \theta_j, a_i, b_i, c_i) = c_i + c_i \Phi(a_i \theta_j - b_i),$$

(1) onde $\Phi(\cdot)$ é a função distribuição da normal padrão, θ_j é a proficiência do indivíduo j e os parâmetros de discriminação, dificuldade e acerto casual do item i são denotados por a_i , b_i e c_i , respectivamente. Quanto maior for a proficiência do aluno, maior é a probabilidade de ele acertar um dado item.

Com o objetivo de investigar possíveis fatores contextuais que ajudam a explicar as proficiências dos alunos, define-se um segundo nível no modelo, no qual as proficiências são (estatisticamente) explicadas por covariáveis presentes no questionário contextual:

$$\theta_j = X_j \beta + e_j,$$

onde $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_Q)'$ são os coeficientes da regressão, X_j é a j -ésima linha da matriz regressora X , que contém covariáveis extraídas do questionário contextual, e $e_j \sim N(0, \sigma_e^2)$ são erros aleatórios independentes. Os problemas de identificabilidade do modelo são contornados assumindo-se $\beta_0 = 0$ e $\sigma_e^2 = 1$. Esses valores fixam a escala das proficiências auxiliando, assim, a interpretação dos valores estimados.

As estimativas a serem obtidas para os coeficientes β são de particular interesse, uma vez que indicam a existência e a magnitude da relação entre a respectiva covariável do questionário e a proficiência.

Um terceiro nível do modelo considera a distribuição das respostas de todos os alunos às questões consideradas do questionário contextual. Isso inclui as questões não respondidas, o que, por sua vez, permite que seja feita a estimação dessas respostas bem como de relações entre a propensão a não responder e a resposta que seria dada. Em particular, pode-se comparar as respostas observadas com as não observadas (portanto, estimadas).

Inferência

Sob o Paradigma bayesiano, todo o processo de inferência é realizado baseado na distribuição *a posteriori* de todos os parâmetros e de todas as variáveis desconhecidas no modelo. Dada a complexidade dessa distribuição, Gonçalves e Dias (2018) propõem um algoritmo MCMC que permite explorá-la através de estimativas de Monte Carlo, que permitem realizar estimação pontual e intervalar das quantidades de interesse. Os detalhes do algoritmo são omitidos aqui e podem ser encontrados na referência original. As distribuições *a priori* são escolhidas de acordo com a escala dos parâmetros e são pouco informativas.

Análises

São analisados quatro conjuntos de dados referentes ao Saeb, todos do ano de 2015. Mais especificamente: 5º ano EF, Matemática/Português, Minas Gerais e Bahia; 3ª série EM, Matemática/Português, Sudeste e Nordeste. Considerando o Enem, são analisados dois conjuntos de dados referentes às provas de Matemática e Português do ano de 2015, nas regiões Sudeste e Nordeste. Em todas as análises, as provas de Português são analisadas separadamente (sem informação dos questionários contextuais) e as estimativas obtidas para as proficiências em Português são utilizadas, conjuntamente com algumas covariáveis do questionário, para explicar a proficiência em Matemática na análise dos dados referentes a esta prova.

Os conjuntos de dados do Saeb são referentes a todos os alunos que fizeram o CADERNO 1 (blocos 1 e 2), totalizando 22 itens no 5º ano e 26 na 3ª série de cada uma das duas provas. Além disso, são considerados os alunos que responderam, no mínimo, três itens na prova e preencheram o questionário. No caso do Enem, é selecionada uma amostra de 10 mil alunos de cada uma das duas regiões consideradas, dentre aqueles que fizeram a prova amarela.

As seguintes perguntas do questionário contextual foram consideradas em cada uma das análises referentes ao Saeb:

Q1 - Como você se considera?

a) Preto(a) ou Pardo(a) b) Indígena ou Amarelo(a) c) Branco(a)

Q2 - Qual o seu sexo?

a) Masc. b) Fem.

Q3 - Sua mãe, ou a mulher responsável por você, sabe ler e escrever?

a) Sim b) Não

No caso do Enem, são consideradas as seguintes perguntas:

Q1 - Em que tipo de escola você frequentou o Ensino Médio?

- a) Somente em escola pública
- b) Parte em pública e parte em privada
- c) Somente em escola privada

Q2 - Você exerce ou já exerceu atividade remunerada?

a) Não b) Sim

Q3 - Na sua residência tem acesso à internet?

a) Não

b) Sim

Como todas as covariáveis são categóricas, elas são incluídas no modelo de regressão através de variáveis indicadoras. A codificação das variáveis com três categorias é feita de maneira que a primeira covariável indicadora se refira à resposta a (coeficiente β_{11}) e a segunda à resposta b (coeficiente β_{12}). No caso das covariáveis com duas categorias, a covariável indicadora se refere à resposta a (coeficiente β_2 para a segunda covariável e β_3 para a terceira). A proficiência em Português é uma covariável contínua com respectivo coeficiente β_4 . A análise dos resultados do ajuste do modelo de regressão através das estimativas dos seus respectivos coeficientes deve ser feita em concordância com a escala fixada (variância 1). Além disso, as proficiências em Português são estimadas na escala (0,1).

A análise de padrões de não resposta é feita através da comparação das proporções de cada resposta observada e das respectivas proporções estimadas dentre os dados faltantes. Assume-se a resposta mais provável *a posteriori* como sendo a resposta que seria dada, caso a respectiva pergunta tivesse sido respondida. Nos casos em que existe informação disponível para estimação dos dados faltantes, diferenças significativas entre as proporções observadas e estimadas indicam a existência de padrões não aleatórios de não resposta, ou seja, há uma relação entre a resposta e a probabilidade daquela pergunta não ser respondida.

As duas fontes de informação para estimação dos dados faltantes são: *i*) respostas dadas a outras perguntas pelo mesmo aluno, no caso em que uma estrutura de dependência entre essas respostas é assumida no modelo; *ii*) a proficiência do aluno, estimada a partir das respostas do teste, desde que a covariável referente à resposta faltante tenha uma relação significativa (medida no modelo de regressão) com a proficiência, no caso em que se assume independência entre as respostas, como é assumido nas análises deste artigo; e *iii*) passa a ser a única fonte de informação, condicionada à existência da supracitada relação.

Resultados

Saeb, 5º ano – Minas Gerais e Bahia

Os conjuntos de dados analisados são formados por 2.021 alunos de Minas Gerais e 6.668 da Bahia. Entre os alunos de Minas Gerais, 329 não responderam a uma das três perguntas do questionário, 28 não responderam a duas e 34 não responderam a três, totalizando 487 dados faltantes. Para o estado da Bahia, estes números são 1.523, 132 e 73, totalizando 2.006 dados faltantes.

O ajuste dos modelos de regressão indica (ver tabela 1), em ambos os estados, uma forte associação positiva entre as proficiências em Português e em Matemática, além de um rendimento médio em matemática um pouco maior de alunos do sexo masculino. Além disso, não ficou evidenciada uma relação entre a proficiência em Matemática e a cor da pele, em ambos os estados. Para o estado de Minas Gerais, alunos cuja mãe ou mulher responsável sabe ler ou escrever tiveram uma proficiência média um pouco maior.

Tabela 1 Estimativa dos coeficientes da regressão - média *a posteriori* e intervalo de credibilidade de 99%, referentes aos conjuntos de dados do 5º ano EF do Saeb - Bahia (BA) e Minas Gerais (MG)

COEFICIENTES		ESTIMATIVA
BA	β_{11}	0.102 (-0.027, 0.227)
	β_{12}	0.078 (-0.124, 0.284)
	β_2	0.249 (0.154, 0.351)
	β_3	0.115 (-0.055, 0.295)
	β_4	1.265 (1.189, 1.344)
MG	β_{11}	-0.086 (-0.264, 0.092)
	β_{12}	-0.177 (-0.523, 0.163)
	β_2	0.317 (0.163, 0.474)
	β_3	0.496 (-0.047, 0.949)
	β_4	1.424 (1.296, 1.559)

Os coeficientes β_{11} , β_{12} , β_2 , β_3 e β_4 se referem, respectivamente, a: “Preto(a) ou Pardo(a)”, “Indígena ou Amarelo(a)”, “Sexo Masculino”, “Mãe ou a mulher responsável sabe ler/escrever” e “Proficiência em Português”.

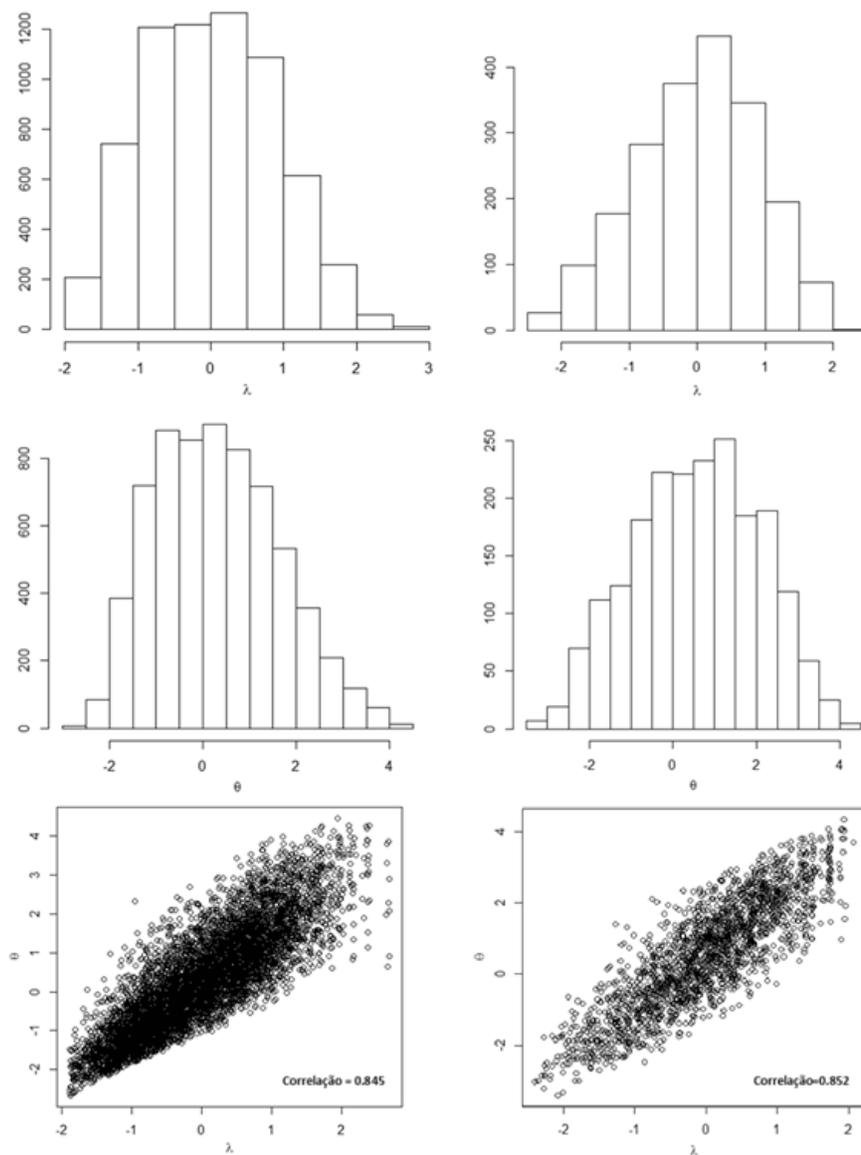
Dados os resultados da análise de regressão, os resultados da tabela 2 indicam uma possível estrutura não aleatória de não resposta associada à segunda pergunta, indicando que alunas do sexo feminino têm maior propensão a não declarar seu sexo, em ambos os estados. A figura 1 mostra as proficiências em Português e Matemática estimadas, bem como a forte relação positiva entre elas.

Tabela 2 Proporções observadas e estimadas de cada resposta com o respectivo número de respostas referentes aos conjuntos de dados do 5º ano EF do Saeb

QUESTÃO	RESPONDIDAS	NÃO RESPONDIDAS	
BA	1	(0.704, 0.083, 0.213) - 5274	(1, 0, 0) - 1394
	2	(0.510, 0.490) - 6275	(0.259, 0.741) - 393
	3	(0.924, 0.076) - 6449	(1, 0) - 219
MG	1	(0.627, 0.066, 0.307) - 1736	(1, 0, 0) - 285
	2	(0.499, 0.501) - 1943	(0.333, 0.667) - 78
	3	(0.974, 0.026) - 1897	(1, 0) - 124

As questões 1, 2 e 3 se referem, respectivamente a: “Como você se considera?”, “Qual o seu sexo?” e “Sua mãe, ou a mulher responsável por você, sabe ler e escrever?”.

Figura 1 Proficiências estimadas em Português (λ) e Matemática (θ) para o 5º ano (Saeb) dos estados da Bahia (esquerda) e de Minas Gerais (direita)



Saeb, 3ª série – Sudeste e Nordeste

Os conjuntos de dados analisados são formados por 741 alunos do Sudeste e 1.148 do Nordeste. Entre os alunos do Sudeste, 22 não responderam a uma das 3 perguntas do questionário, 2 não responderam a duas e 8 não responderam a três, totalizando 50 dados faltantes. Para a região Nordeste, estes números são 58, 3 e 12, totalizando 100 dados faltantes.

O ajuste dos modelos de regressão indica (ver tabela 3), em ambos os estados, uma forte associação positiva entre as proficiências em Português e em Matemática, além de um rendimento médio em matemática um pouco maior de alunos do sexo masculino. Além disso, não ficou evidenciada uma relação entre a proficiência em Matemática e a cor da pele ou o fato de a mãe ou mulher responsável saber ler ou escrever.

Tabela 3 Estimativa dos coeficientes da regressão - média *a posteriori* e intervalo de credibilidade de 99%, referentes aos conjuntos de dados da 3ª Série EM do Saeb – Nordeste (NE) e Sudeste (SE)

COEFICIENTES		ESTIMATIVA
NE	β_{11}	-0.187 (-0.451, 0.083)
	β_{12}	-0.067 (-0.551, 0.401)
	β_2	0.609 (0.366, 0.855)
	β_3	0.319 (-0.109, 0.681)
	β_4	1.376 (1.161, 1.582)
SE	β_{11}	-0.231 (-0.488, 0.029)
	β_{12}	-0.319 (-1.077, 0.360)
	β_2	0.656 (0.394, 0.923)
	β_3	0.256 (-0.526, 0.895)
	β_4	1.396 (1.195, 1.633)

Os coeficientes β_{11} , β_{12} , β_2 , β_3 e β_4 se referem, respectivamente, a: “Preto(a) ou Pardo(a)”, “Indígena ou Amarelo(a)”, “Sexo Masculino”, “Mãe ou a mulher responsável sabe ler/escrever” e “Proficiência em Português”.

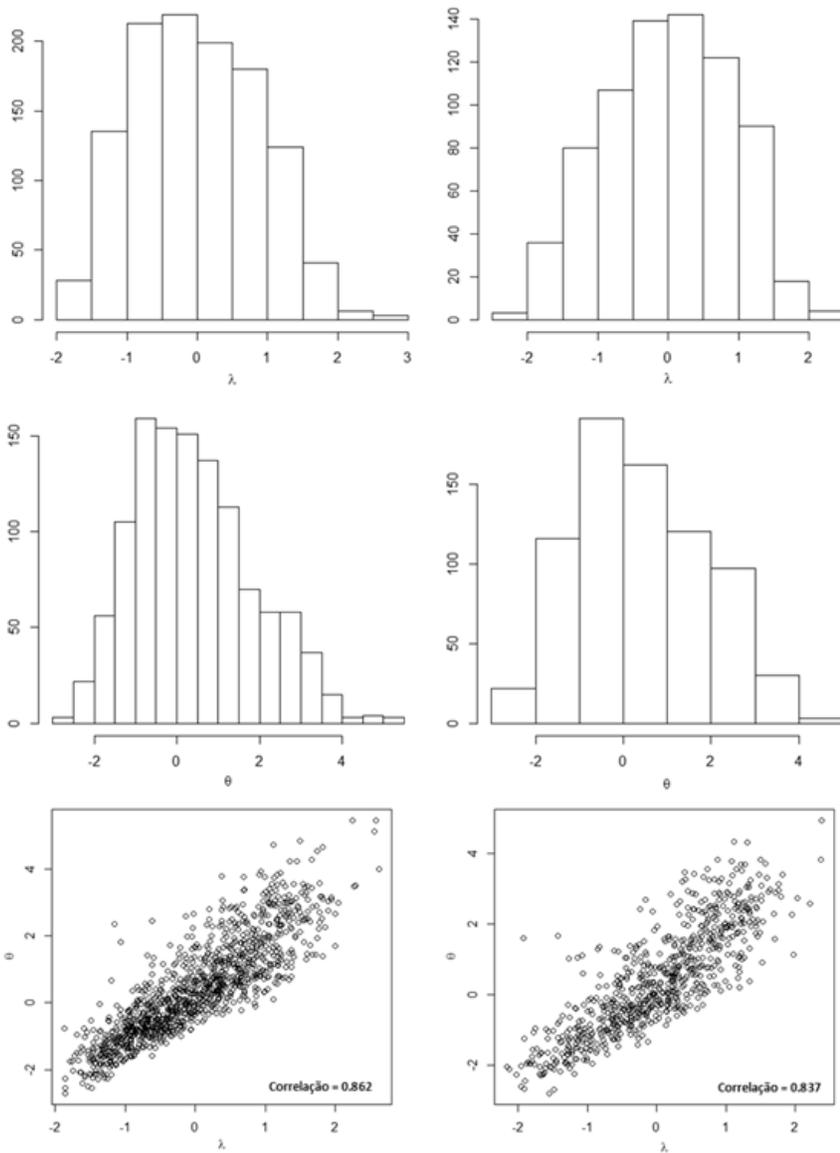
Dados os resultados da análise de regressão, os resultados da tabela 4 indicam uma possível estrutura não aleatória de não resposta associada à segunda pergunta na região Nordeste, indicando que alunas do sexo feminino têm maior propensão a não declarar seu sexo. A figura 2 mostra as proficiências em Português e Matemática estimadas, bem como a forte relação positiva entre elas.

Tabela 4 Proporções observadas e estimadas de cada resposta com o respectivo número de respostas referentes aos conjuntos de dados da 3ª Série EM do Saeb

QUESTÃO	RESPONDIDAS	NÃO RESPONDIDAS
NE	1 (0.664, 0.078, 0.258) - 1100	(1, 0, 0) - 48
	2 (0.431, 0.569) - 1114	(0.206, 0.794) - 34
	3 (0.910, 0.090) - 1130	(1, 0) - 18
SE	1 (0.552, 0.047, 0.401) - 720	(0.857, 0, 0.143) - 21
	2 (0.460, 0.540) - 724	(0.471, 0.529) - 17
	3 (0.973, 0.027) - 729	(1, 0) - 12

As questões 1, 2 e 3 se referem, respectivamente a: “Como você se considera?”, “Qual o seu sexo?” e “Sua mãe, ou a mulher responsável por você, sabe ler e escrever?”.

Figura 2 Proficiências estimadas em Português (λ) e Matemática (θ) para o 5º ano (Saeb) das regiões Nordeste (esquerda) e Sudeste (direita)



Enem – Sudeste e Nordeste

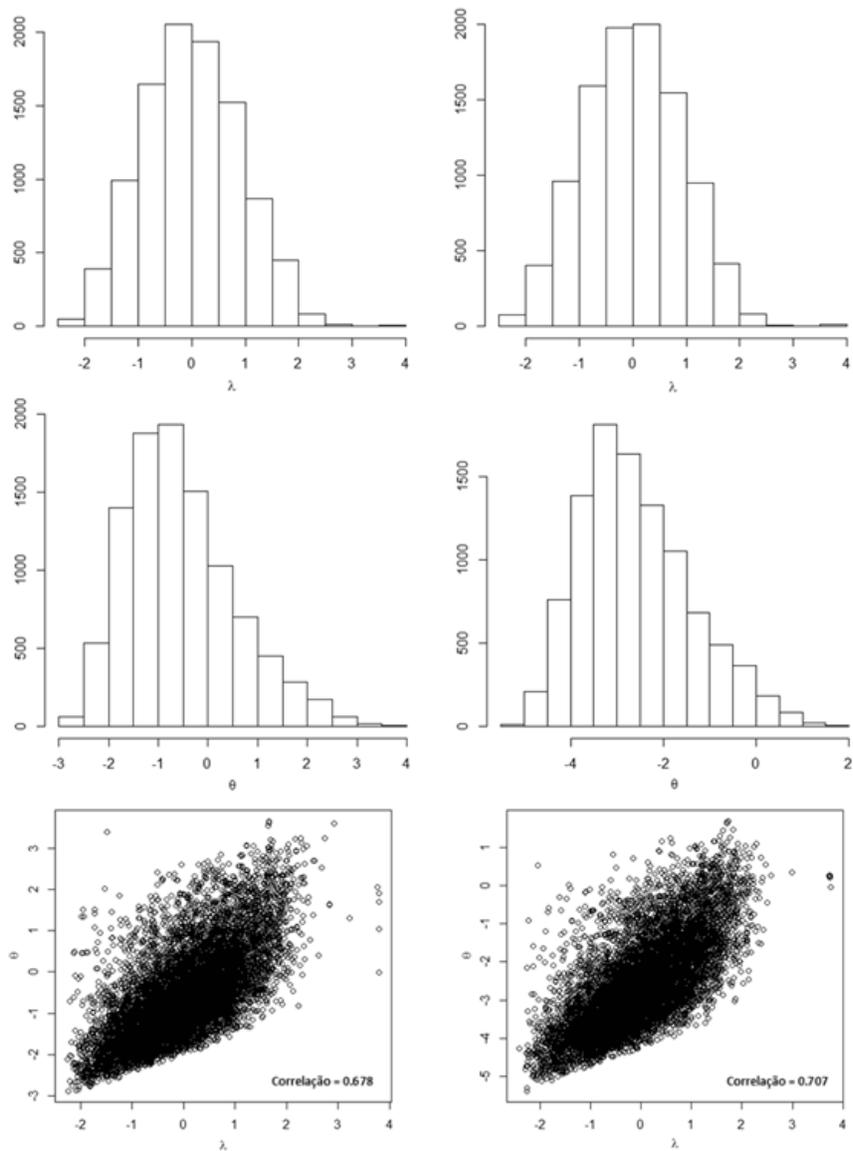
Os ajustes dos modelos de regressão indicam (ver tabela 5), em ambas as regiões, uma forte associação positiva entre as proficiências em Português e em Matemática. Além disso, alunos que estudaram em escolas públicas (sempre ou em parte) apresentaram um rendimento médio em matemática consideravelmente menor que alunos que estudaram somente em escolas particulares. No caso da segunda covariável, alunos que exercem ou já exerceram atividade remunerada tiveram um rendimento médio em Matemática muito maior que os que nunca exerceram na região Sudeste, mas apresentaram um rendimento médio um pouco menor no Nordeste. Por fim, alunos sem acesso à internet em casa apresentaram um rendimento médio um pouco menor do que os que têm acesso, em ambas as regiões. A figura 3 mostra as proficiências em Português e Matemática estimadas, bem como a forte relação positiva entre elas.

Tabela 5 Estimativa dos coeficientes da regressão - média a posteriori e intervalo de credibilidade de 99%, referentes aos conjuntos de dados do Enem – Nordeste (NE) e Sudeste (SE)

	COEFICIENTES	ESTIMATIVA
NE	β_{11}	-0.714 (-0.801, -0.625)
	β_{12}	-0.563 (-0.744, -0.373)
	β_2	0.229 (0.161, 0.299)
	β_3	-0.225 (-0.311, -0.143)
	β_4	0.695 (0.648, 0.742)
SE	β_{11}	-0.858 (-0.945, -0.770)
	β_{12}	-0.618 (-0.786, -0.448)
	β_2	-1.834 (-2.022, -1.653)
	β_3	-0.319 (-0.426, -0.220)
	β_4	0.790 (0.743, 0.836)

Os coeficientes β_{11} , β_{12} , β_2 , β_3 e β_4 se referem, respectivamente, a: “Ensino Médio somente em escola pública”, “Ensino Médio parte em pública e parte em privada”, “Não exerce nem nunca exerceu atividade remunerada”, “Não possui acesso à internet na residência”.

Figura 3 Proficiências estimadas em Português (λ) e Matemática (θ) (Enem) das regiões Nordeste (esquerda) e Sudeste (direita)



Discussão

Este artigo analisou conjuntos de dados referentes às duas principais avaliações educacionais no Brasil: Saeb e Enem. O principal objetivo da análise foi identificar possíveis fatores relacionados ao desempenho dos alunos nas respectivas provas de Matemática. Um destes fatores era o desempenho em Português e os demais fatores foram extraídos dos questionários contextuais respondidos aos alunos. No caso do Saeb, foi necessário lidar com uma quantidade considerável de não respostas nos questionários.

A metodologia utilizada consiste em um modelo da TRI que modela a proficiência dos alunos em função dos fatores considerados e trata, de forma adequada, o problema de não respostas ao questionário. Esta metodologia foi proposta em Gonçalves e Dias (2018), em que maiores detalhes sobre a metodologia podem ser encontrados.

Para ambas as avaliações, os resultados indicaram fatores relacionados ao rendimento dos alunos e padrões não aleatórios de não resposta. Em particular, todas as análises indicaram forte relação entre os desempenhos em Português e Matemática. Nas análises do Saeb, alunos do sexo masculino apresentaram melhor rendimento médio e não foi encontrada relação significativa com a cor da pele. Além disso, o fato de a mãe saber ler e escrever parece influenciar positivamente no desempenho de alunos do 5º ano na região Sudeste. Com relação ao Enem, alunos de escolas públicas apresentaram rendimento médio em matemática consideravelmente menor, enquanto alunos que exercem ou já exerceram atividade remunerada tiveram um rendimento médio bem maior no Sudeste e um pouco menor no Nordeste. Finalmente, alunos com acesso à internet tiveram rendimento médio um pouco maior. Com relação aos padrões de respostas, a maioria das análises do Saeb indicou que alunos do sexo feminino têm uma maior propensão a não declarar seu sexo.

As análises mostraram o potencial da metodologia adotada que pode, naturalmente, ser aplicada a variados conjuntos de dados de avaliações educacionais para as quais estejam disponíveis dados de questionários contextuais.

Gonçalves e Dias (2018) ainda propõem generalizações interessantes do modelo utilizado neste artigo. Entre elas, modelos com estruturas hierárquicas para também se considerar questionários aplicados a professores e escolas, seleção de covariáveis e estruturas mais flexíveis para a distribuição das proficiências.

Referências

COLEMAN, J. S. et al. *Equality of educational opportunity*. Washington, DC: U.S. Government Printing Office, 1966.

FRANCO, C. et al. O referencial teórico na construção dos questionários contextuais do Saeb 2001. *Estudos em avaliação educacional*, n. 28, p. 39-74, 2003.

GONÇALVES, F. B.; DIAS, B. C. C. Bayesian modelling of the abilities in dichotomous IRT models via regression with missing values in the covariates. A ser publicado no *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 2018.

JENCKS, C. et al. *Inequality: a reassessment of the effect of family and schooling in America*. New York: Basic Books, 1972.

LAROS, J. A.; Marciano J. L. Índices educacionais associados à proficiência em língua portuguesa: um estudo multinível. *Avaliação Psicológica*. V. 7, n. 3, 2008.

Flávio Bambirra Gonçalves

Doutor em Estatística pela University of Warwick.
Professor da UFMG - Belo Horizonte (MG), Brasil;
fbgoncalves@est.ufmg.br

Bárbara da Costa Campos Dias

Mestrado em estatística na Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte (MG), Brasil;
bccd89@gmail.com

Artigo submetido em 25/10/2017

Aprovado em 12/06/2018